پژوهشنامهٔ بیمه/ سال بیست‌وهشتم/ شماره ٤/ زمستان ١٣٩٢/ شماره مسلسل ١١٢/ صفحات ١ تا ٢٥

برآورد و پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر در ایران با استفاده از مدل لی-کارتر

تاریخ دریافت: ١٣٩٢/٠٦/٣١

تاریخ پذیرش: ١٣٩٢/١١/٠٧

اکبر کمیجانی[1]

مجید کوششی[2]

لیلی نیاکان[3]

چکیده

پیش‌بینی‌های مرگ‌ومیر از دو طریق انجام می‌شود: یکی پیش‌بینی غیرمستقیم و از طریق پیش‌بینی امید به زندگی و سپس تبدیل آن به نرخ مرگ ویژه سنی و دوم پیش‌بینی مستقیم نرخ‌های مرگ‌ومیر. در رویکرد اول معمولاً چنین تصور می‌شود که در دوره پس از گذار (که معمولاً سطحی بالاتر از ٧٠ سال برای امید به زندگی در بدو تولد است)، افزایش امید به زندگی کُند می‌شود و هرچه به مجانب نزدیک شود افزایش آن ناچیز خواهد بود. در رویکرد دوم نرخ مرگ ویژه سنی پیش‌بینی و با استفاده از روش مستقیم ساختن جدول عمر، امید به زندگی به‌دست‌می‌آید. قاعدتاً روش منطقی و درست برآورد یا پیش‌بینی امید به زندگی رویکرد دوم است. افزون بر این، روش غیرمستقیم دشواری‌ها و عموماً خطاهای بزرگ‌تری دارد. هدف این مقاله استفاده از رویکرد دوم است و در این جهت با استفاده از داده‌های مرگ‌ومیر ایران از مدل لی- کارتر برای پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر استفاده می‌شود. این مدل بر دو عنصر اصلی مبتنی است: یکی عنصر زمان و دیگری عنصر سنی. مفروض سخت و مهم مدل، ثبات نسبی الگوی سنی مرگ است و ارزیابی‌های مختلف نشان داده است که در این شرایط خطای مدل لی- کارتر نسبت به هر روش دیگری برای پیش‌بینی مستقیم نرخ مرگ‌ومیر کمتر است. در مورد ایران نیز برآوردها نشان می‌دهد که خطای برآورد، مقدار ناچیزی است، هرچند این عنصر در برخی سنین بیشتر است. آزمون فرضیه ثبات الگوی سنی مرگ‌ومیر ایران، مفروضی است که می‌تواند موضوع تحقیقات بعدی باشد.

واژگان کلیدی: *امید به زندگی، نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی، مدل لی- کارتر، روش‌های پیش‌بینی مرگ‌ومیر*

---

١. استاد دانشگاه تهران (Email: komijani@ut.ac.ir)

٢. استادیار دانشگاه تهران (Email: kooshesh@ut.ac.ir)

٣. دانشجوی دکتری علوم اقتصادی دانشگاه تهران(نویسنده مسئول) (Email: leili.niakan@yahoo.com)

۱. مقدمه

پیش‌بینی‌های جمعیتی یا محاسبات بیمه‌ای جهت مطالعه و بررسی تعهدات بلندمدت سازمان تأمین اجتماعی، صندوق‌های بازنشستگی و شرکت‌های عرضه‌کننده بیمه عمر، مستلزم دسترسی به آمار و اطلاعات قابل اعتماد است. یکی از اطلاعات بسیار مهم و مؤثر دراین‌زمینه، جدول مرگ‌ومیر مناسب است که باید منعکس‌کننده وضع کنونی و ادامه حیات جمعیت باشد. جداول مرگ‌ومیری که تاکنون برای جمعیت ایران تدوین شده، بسیار قدیمی بوده و با اشکالات روش‌شناسی و محاسباتی مواجه‌اند (زنجانی و نوراللهی، ۱۳۷۹). به‌همین‌دلیل تاکنون سازمان‌ها و مؤسسات بیمه‌ای برای رفع نیاز خود، جداول عمر مربوط به کشورهایی را که با ساختار سنی جمعیت کشور ما مشابهت داشته است، پس از انجام تغییراتی مورد استفاده قرار داده‌اند.

برای ساختن جدول عمر به نرخ‌های مرگ‌ومیر ویژه سنی[۱] (m_x) برای همه سنین x نیاز است. با اتکا به نرخ‌های مرگ‌ومیر می‌توان کل عناصر جدول را به‌دست‌آورد. منحنی نرخ لحظه‌ای مرگ‌ومیر برای همه انسان‌ها از مدل یکسانی پیروی نمی‌کند. مدل‌سازی مرگ‌ومیر تاریخچه طولانی دارد. دراین‌زمینه مدل‌هایی توسط دمویور[۲]، گمپرتز[۳]، میکهام[٤]، پرکز[٥] و هلیگمن و پولارد[٦] پیشنهاد شده است. مدل‌های مرگ‌ومیر برای یکنواخت‌کردن (ارتقا[۷]) و برازش نرخ‌های مرگ‌ومیر مشاهده‌شده به‌کارمی‌روند.

برخلاف مدل‌سازی نرخ مرگ‌ومیر، پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر پیشینه کوتاه‌تری دارد. تا دو دهه قبل، روش‌های مورد استفاده برای پیش‌بینی مرگ‌ومیر نسبتاً ساده بوده و تا حدودی براساس قضاوت‌های ذهنی انجام می‌شد و تنها پس از آن بود که روش‌های

---

1. Age-Specific Mortality Rate
2. De Moivre
3. Gompertz
4. Makeham
5. Perks
6. Helligman and Pollard
7. Graduation

پیچیده‌تر توسعه یافته و به‌کارگرفته‌شدند. لازمه پیش‌بینی مرگ‌ومیر، تصریح یک مدل پایه از داده‌ها و تصریح مدلی برای پیش‌بینی است. این مدل‌ها ممکن است مجزا از هم بوده یا در یک چهارچوب منفرد یکپارچه شوند. سه متغیر یا عامل سن[۱]، دوره[۲] (یا زمان) و گروه هم‌آغاز[۳] برای طبقه‌بندی مدل پایه به‌صورت صفر، یک، دو یا سه عاملی به‌کارمی‌روند (Tabeau, 2001). اغلب روش‌های جدید پیش‌بینی مرگ‌ومیر از مدل‌های دو عاملی با دو عامل سن و دوره استفاده می‌کنند. انتخاب مدل پایه ارتباط نزدیکی با تعیین رویکرد و روش خاص پیش‌بینی دارد. این انتخاب به معیارهای متعددی از قبیل دسترس‌پذیری داده‌ها، هدف پیش‌بینی و افق پیش‌بینی بستگی دارد. روش‌های جدید پیش‌بینی از برون‌یابی سری زمانی استفاده می‌کنند که مستلزم وجود سری‌های مفصل از داده‌هاست.

یکی از مدل‌های دو عاملی برای پیش‌بینی مرگ‌ومیر، مدل لی-کارتر[۴] است (Lee and Carter, 1992). این مدل را می‌توان با استفاده از مؤلفه‌های اصلی[۵] تخمین زد و با استفاده از تجزیه ماتریس[۶]، مؤلفه‌های مستقل مرگ‌ومیر و همچنین الگوهای سنی و اهمیت آنها در طول زمان را شناسایی کرد. درحال‌حاضر روش لی-کارتر در پیش‌بینی مرگ‌ومیر، روش پیشروی است.

۲. معرفی مدل لی-کارتر

مدل تصادفی پیشنهادشده توسط لی و کارتر[۷] در میان کارشناسان بیمه و جمعیت‌شناسان جمعیت‌شناسان شهرت یافته است که دلیل این امر عملکرد نسبتاً خوب این مدل در

1. Age
2. Period
3. Cohort
4. Lee - Carter
5. Principal Components
6. Matrix Decomposition
7. Lee and Carter, 1992

برآورد نرخ مرگ‌ومیر است. روش لی-کارتر به‌عنوان یک روش برون‌یابی، ترکیبی از یک مدل جمعیت‌شناسی غنی (با کمترین پارامتر) و روش‌های سری زمانی است.

اگر چه در این روش همانند سایر روش‌های برون‌یابی، اطلاعات پیرامون تأثیرات حاصل از پیشرفت‌های پزشکی، رفتاری یا اجتماعی روی نرخ مرگ‌ومیر لحاظ نمی‌شود، به چند دلیل استفاده از آن بر سایر روش‌های برون‌یابی برتری دارد. اول، بخش زیادی از تغییرات در نرخ مرگ‌ومیر کل جمعیت در کشورهای توسعه‌یافته به کمک این مدل پوشش داده می‌شود؛ دوم، پارامترهای مدل به‌سادگی قابل تفسیر هستند؛ سوم، این روش علاوه‌بر پیش‌بینی تکی (نقطه‌ای) نرخ‌های مرگ‌ومیر قادر به ارائه بازه‌های اطمینان متناظر با آنها نیز است. در متون جمعیت‌شناسی از این روش به‌عنوان «مدل آماری برجسته در پیش‌بینی بلندمدت نرخ مرگ‌ومیر کل جمعیت» یاد شده است (Deaton and Pakson, 2004).

۳. ساختار مدل

نرخ خام مرگ‌ومیر در سن x و زمان t در یک جامعه با m(x,t) نشان داده می‌شود و از طریق این رابطه محاسبه می‌گردد:

$$m(x,t)=\frac{d_{x,t}}{L_{x,t}},\ t=t_1,t_1+1,\ldots,t_1+T-1,\ x=x_1,x_2,\ldots,x_N \qquad (١)$$

که در آن، $d_{x,t}$ و $L_{x,t}$ به ترتیب بیانگر تعداد افراد فوت‌شده و جمعیت در معرض واقعه فوت در سن x و زمان t برای آن جامعه، t_1 نخستین زمان و N تعداد سن یا گروه‌های سنی تحت مطالعه می‌باشد.

در عمل، نرخ مرگ‌ومیر از تقسیم تعداد متوفیات هر سن بر جمعیت میانه آن سن به‌دست‌می‌آید. جمعیت میانه هر سن در واقع برآوردی از جمعیت در معرض مرگ است که از نتایج سرشماری‌های نفوس و مسکن به‌دست‌می‌آید.

ساختار مدل پیشنهادی لی-کارتر به این صورت بیان می‌شود:

$$Lnm(x,t)=a_x+b_xk_t+\varepsilon_{x,t} \qquad (٢)$$

$Lnm(x,t)$ برابر با لگاریتم طبیعی نرخ مرگ‌ومیر مشاهده‌شده در سن x در سال t و a_x، b_x و k_t به ترتیب پارامترهای وابسته به سن و زمان هستند. a_x متوسط زمانی لگاریتم نرخ مرگ‌ومیر در سن x است، به‌عبارت‌دیگر، $\exp(a_x)$ شکل کلی منحنی نرخ مرگ‌ومیر را نشان می‌دهد؛ مولفه k_t شاخص مرگ‌ومیر[۱] در سال t است که روند اصلی موجود در لگاریتم طبیعی نرخ مرگ‌ومیر تمامی سنین در طول زمان را نشان می‌دهد؛ و b_x بیانگر میزان تغییرات در لگاریتم نرخ مرگ‌ومیر سن x به‌ازای تغییر در شاخص مرگ‌ومیر در طول زمان است. به‌عنوان‌مثال، مقدار این پارامتر برای گروه سنی نوزادان و کودکان بیشتر از گروه سنی سالمندان است. بنابراین، این دو گروه با تغییر در شاخص مرگ‌ومیر به‌ترتیب تحت تأثیر بیشترین و کمترین تغییر خواهند بود (Lee and Carter, 1992). مؤلفه $\varepsilon_{x,t}$ نیز برابر با مؤلفه خطا در سن x و زمان t است. براساس رابطه (۲) می‌توان نوشت:

$$\frac{d}{dt}Lnm(x,t)=b_x\left(\frac{d}{dt}k_t\right) \qquad (۳)$$

براساس رابطه (۳) اگر شاخص مرگ‌ومیر k_t در طول زمان به‌طور خطی کاهش یابد، $\frac{d}{dt}k_t$ ثابت بوده و نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی با نرخ نمایی ثابت خود کاهش خواهد یافت.

عبارت خطای $\varepsilon_{x,t}$ دارای توزیع گوسی با میانگین صفر و واریانس σ_ε^2 و بیانگر بخشی از تغییرات نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی است که توسط مدل توضیح داده نمی‌شود. لی و کارتر معتقدند که پارامتر k_t عمده پراکندگی در داده‌ها را پوشش داده و در نتیجه، واریانس عبارت خطا در طول زمان ثابت است (Lee, 2000).

٤. برازش مدل

در مدل لی-کارتر هیچ متغیر توضیحی در سمت راست این رابطه وجود ندارد. بنابراین، مدل را نمی‌توان با استفاده از روش‌های رایج رگرسیونی برازش کرد.

1. Mortality Index

بنابراین، برای یافتن یک مجموعه جواب یکتا برای پارامترهای مدل، دو قید زیر به مدل اعمال می‌شود:

$$\sum_{t=t_1}^{t_1+T-1} k_t = 0, \qquad \sum_{x=x_1}^{x_N} b_x = 1 \tag{٤}$$

قید اول بیانگر آن است که مجموع انحرافات از روند کلی مرگ‌ومیر در بازه زمانی $[t_1, t_1+T-1]$ صفر درنظرگرفته‌می‌شود. قید دوم نشان می‌دهد که مجموع پاسخ‌های گروه‌های سنی به تغییر در شاخص مرگ‌ومیر k_t برابر با واحد (یا هر مقدار انتخابی دیگر) خواهد بود (آل‌حسینی، ١٣٩١). گیروسی و کینگ[1] در مقاله خود به‌جای قید دوم، از قید $\sum_{x=x_1}^{x_N} b_x^2 = 1$ استفاده کرده‌اند که مفهوم یکسانی با قید پیشنهادی لی-کارتر داشته است و تغییری در برازش مدل ایجاد نمی‌کند.

چنانچه نرخ خام مرگ‌ومیر کل جمعیت در هر گروه سنی و برای کلیه سال‌های t_1 تا t_1+T-1 در اختیار باشد، برآورد حداقل مربعات خطای پارامترهای رابطه (٢) به این صورت محاسبه می‌شود:

$$Q\left(a_x, b_x, k_t\right) = \sum_{x,t} \varepsilon_{x,t}^2 = \sum_{x,t} \left(\mathrm{Ln}(m_{x,t}) - a_x - b_x k_t\right)^2 \tag{٥}$$

با قرار دادن $\frac{\partial Q}{\partial a_x} = \frac{\partial Q}{\partial b_x} = \frac{\partial Q}{\partial k_t} = 0$ خواهیم داشت:

$$\frac{\partial Q}{\partial a_x} = -2\sum_t \left(\mathrm{Ln}m(x,t) - a_x - b_x k_t\right) = 0 \tag{٦}$$
$$\frac{\partial Q}{\partial b_x} = -2\sum_t \left(\mathrm{Ln}m(x,t) - a_x - b_x k_t\right) k_t = 0$$
$$\frac{\partial Q}{\partial k_t} = -2\sum_t \left(\mathrm{Ln}m(x,t) - a_x - b_x k_t\right) b_x = 0$$

براساس رابطه (٦) و قید اول رابطه (٤) برآورد حداقل مربعات معمولی برای a_x به‌دست‌می‌آید:

$$\hat{a}_x = \frac{1}{T}\sum_{t=t_1}^{t_1+T-1} \mathrm{Ln}m(x,t) \tag{٧}$$

لی و کارتر جهت تخمین حداقل مربعات معمولی پارامترهای b_x و k_t از تقریب درجه اول روش تجزیه ارزش منفرد[2] استفاده کردند. روش کار چنین است:

---

1. Girosi and King, 2007
2. Single Value Decomposition (SVD)

چنانچه ماتریس $Z_{ij}=Z(x_i,t_j)=Lnm(x_i,t_j)-\hat{a}_{x_i}=b_{x_i}k_{t_j}$ را برای $i=1,\ldots,N$ و $j=1,\ldots,T$ تعریف کنیم، براساس قیود ذکرشده می‌توان این دو رابطه را برای b_x و k_t به‌دست‌آورد:

$$\sum_t Z(x,t)k_t=\sum_t (Lnm(x,t)-\hat{a}_x)k_t=\sum_t (b_xk_t)k_t=b_x\sum_t k_t^{\,2} \quad (۸)$$

$$\sum_x b_xZ(x,t)=\sum_x b_x(Lnm(x,t)-\hat{a}_x)=\sum_x b_x(b_xk_t)=k_t\sum_x b_x^{\,2}=k_t \quad (۹)$$

رابطه (۹) با توجه به قید گیروسی و کینگ به‌دست‌آمده‌است. اگر در رابطه (۸) عبارت $\sum_t k_t^2=\beta$ را جایگزین کنیم، براساس نمایش ماتریسی خواهیم داشت:

(۱۰) $Zk=\beta b,\ Z'b=k$

که در آن $b=\begin{pmatrix} b_{x1} \\ \vdots \\ b_{xN} \end{pmatrix}$ و $k=\begin{pmatrix} k_{t1} \\ \vdots \\ k_{tT} \end{pmatrix}$ و Z' ترانهاده ماتریس Z است. بنابراین، با ضرب رابطه (۱۰) در Z داریم:

$$(ZZ')b=Zk=\beta b \quad (۱۱)$$

ازاین‌رو، براساس فروض $(bb')=\sum_{x=x_1}^{x_N} b_x^2=1$ و $(kk')=\sum_t k_t^2=\beta$، b بردار منفرد[1] ماتریس (ZZ') با مقدار منفرد[2] β است.

اکنون با جایگذاری در رابطه (۵) و با استفاده از فروض گفته‌شده، می‌توان نوشت:

$$Q(b_x,k_t)=\sum_{x,t}\varepsilon_{x,t}^{\,2}=\sum_{x,t}(Lnm(x,t)-\hat{a}_x-b_xk_t)^2$$
$$=\sum_{x,t}\big(Z(x,t)-b_xk_t\big)^2=\sum_{x,t}Z(x,t)^2-\beta \quad (۱۲)$$

در این صورت، حداقل‌کردن $Q(b_x,k_t)$ معادل حداکثرکردن β خواهد بود. براساس تقریب درجه اول روش تجزیه ارزش منفرد، β اولین مقدار منفرد و b_x اولین بردار منفرد ماتریس ZZ' خواهد بود. طبق تعریف تجزیه ارزش منفرد می‌توان نوشت (Baker, 2005):

$$SVD(Z(x,t))=U_{N\times N}L_{N\times T}V'_{T\times T}=U_{x\times 1}L_1V'_{t\times 1}+\ldots+U_{x\times N}L_NV'_{t\times T} \quad (۱۳)$$

1. Singular Vector
2. Singular Value

در رابطه فوق، بردارهای منفرد ماتریس ZZ'، تشکیل‌دهنده ستون‌های ماتریس متعامد U و بردارهای منفرد ماتریس $Z'Z$، تشکیل‌دهنده ستون‌های ماتریس متعامد V بوده و ماتریس L براساس مقادیر منفرد ماتریس Z تشکیل می‌شود. بنابراین، با تقریب درجه اول تجزیه ارزش منفرد خواهیم داشت:

$$\hat{b}_x = U_{x\times 1}, \hat{k}_t = L_1 V_{t\times 1} \quad (١٤)$$

که در آن:

$$V_{t\times 1} = \begin{pmatrix} v_{t_1,1} \\ \vdots \\ v_{t_n,1} \end{pmatrix} \text{ و } L_1 = [l_1, 0, ..., 0]' \text{ ،} U_{x\times 1} = \begin{pmatrix} u_{x_1,1} \\ \vdots \\ u_{x_k,1} \end{pmatrix}$$

۵. پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر

پس از برآورد پارامترهای مدل و برآورد نرخ‌های مرگ‌ومیر ویژه سنی با استفاده از مدل لی-کارتر، نوبت به پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر می‌رسد. برای این منظور، لی و کارتر[1] ابتدا به مدل‌بندی سری زمانی k_t پرداخته و سپس با پیش‌بینی مقادیر k_t، مقادیر نرخ مرگ‌ومیر $m(x,t)$ را برای هر گروه سنی و در هر زمان خاص پیش‌بینی کردند. برای انجام پیش‌بینی، در مرحله اول k_t به کمک سری‌های زمانی مدل‌سازی شده و مقادیر آتی آن پیش‌بینی می‌شود. یافتن بهترین مدل برای k_t بسیار اهمیت دارد، زیرا یک مدل نامناسب منجر به پیش‌بینی نادرست رفتار آتی نرخ‌های مرگ‌ومیر خواهد شد. این مدل مناسب با استفاده از روش شناسایی باکس- جنکینز[2] انتخاب خواهد شد.

تحقیقاتی که در حوزه مدل‌سازی نرخ مرگ‌ومیر با استفاده از روش لی-کارتر در کشورهای توسعه‌یافته انجام گرفته است، حاکی از آن است که یک مدل گام تصادفی با رانش[3] به‌خوبی k_t را مدل‌سازی کرده و عمده تغییرات در داده‌های نرخ مرگ‌ومیر ویژه

1. Lee and Carter, 1992
2. Box-Jenkins, 1976
3. Random Walk with Drift

سنی به کمک این مدل پوشش داده می‌شود. این مدل حاصل اتخاذ یک فرایند تکراری برون‌یابی برای پارامتر k_t است. مدل گام تصادفی با رانش برای k_t به این صورت بیان می‌شود:

$$k_t=k_{t-1}+\theta+\varepsilon_t,\ \ \varepsilon_t\sim N(0,\sigma_{rw}^2) \qquad (۱۵)$$

در مرحله دوم پیش‌بینی، مقادیر نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی پیش‌بینی می‌شوند. چنانچه از عبارت خطا صرف‌نظر شود، تغییرات در نرخ مرگ‌ومیر در یک سال خاص کاملاً به‌هم وابسته بوده و تابعی خطی از پارامتر متغیر زمانی k_t می‌باشند. بنابراین، برای محاسبه فاصله اطمینان نرخ مرگ‌ومیر در هر گروه سنی و در هر سال خاص، کافی است فاصله اطمینان k_t محاسبه شود. پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر با توجه به مقادیر پارامترهای برآوردشده $\hat{a}_x$ و $\hat{b}_x$ و مقادیر پیش‌بینی‌شده $\hat{k}_t$ از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{m}(x,t+s)=\hat{m}(x,t)\exp\left(\hat{b}_x\left(\hat{k}_{t+s}-\hat{k}_t\right)\right),\ s=1,2,\ldots,S \qquad (۱۶)$$

٦. نرخ مرگ‌ومیر در ایران

ازآنجاکه در تمامی کشورها سرشماری هر چند سال یک بار انجام می‌شود، استفاده از یک روش دقیق و کارآمد به‌منظور تهیه اطلاعات جمعیتی با استفاده از اطلاعات موجود در سال‌هایی که سرشماری انجام نمی‌شود، نخستین گام در جهت تهیه داده‌های نرخ خام مرگ‌ومیر و به‌عبارت‌دیگر، تهیه داده‌های یک جدول عمر است. تاکنون روش‌های بسیاری دراین‌زمینه ارائه شده که از میان آنها، روش ویلموث[1] از استقبال بیشتری برخوردار شده است.

«پایگاه اطلاعاتی مرگ‌ومیر انسانی[2]» از می ۲۰۰۲ با استفاده از روش ویلموث به ارائه اطلاعات جامعی از داده‌های جمعیتی پرداخته است.

نرخ خام مرگ‌ومیر در «پایگاه اطلاعاتی مرگ‌ومیر انسانی» برای زنان، مردان و کل جمعیت کشورها به دو شکل تک ساله و پنج ساله و برای سنین ۰ تا ۱۱۰ سال موجود

1. Wilmoth, 2002
2. Human Mortality Database (HMD)

است. لی و کارتر[1] در مطالعه خود به برآورد و پیش‌بینی لگاریتم نرخ مرگ‌ومیر گروه‌های سنی پنج ساله پرداخته‌اند، ما نیز در این مطالعه به برآورد و پیش‌بینی لگاریتم نرخ مرگ‌ومیر گروه‌های سنی پنج ساله خواهیم پرداخت.

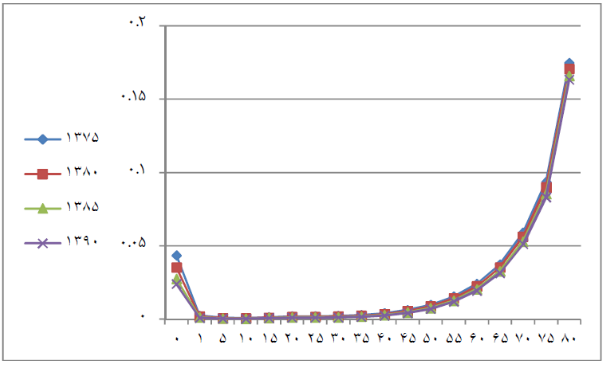
ساختن جداول عمر کشور مستلزم وجود نرخ‌های مرگ ویژه سنی است که در آن تعداد فوت‌ها عموماً از ثبت مستمر و دائمی واقعه مرگ به‌دست‌می‌آید نه سرشماری. دقت نرخ واقعی مرگ کاملاً منوط به دسترسی به داده‌های ثبتی دقیق است و ازآنجاکه ثبت فوت در ایران به دلایل متعدد، خطاهای فاحشی دارد و تلاش‌های صورت گرفته تاکنون موجب افزایش دقت مورد نیاز در محاسبه این نرخ نشده، عملاً ساختن یک جدول عمر مبتنی بر نرخ‌های واقعی مرگ در ایران میسر نشده است.

نظر به اشکالات غیرقابل اغماض موجود در شمار فوت‌های ثبتی، برای برآورد نرخ‌های مرگ‌ومیر کشور در این مقاله، از روش‌های غیرمستقیم مبتنی بر داده‌های سرشماری استفاده شده است. با توجه به دسترسی به اطلاعات شمار فرزندان زنده به‌دنیاآمده و درحال‌حاضر زنده، روش مناسب برای این برآورد، روش براس[2] برای سال‌های ۱۳۷۵ و روش برآورد بین دو سرشماری ۱۳۸۵ و ۱۳۹۰ است. در این روش احتمال مرگ کودکان برای زنان واقع در سنین ۱۵ تا ٤۹ سال با استفاده از نسبت کودکان فوت‌شده (مکمل نسبت فرزندان زنده‌مانده) برآورد می‌شود و با توجه به سطح مرگ‌ومیر، نرخ‌های مرگ ویژه سن از جدول مدل غرب از خانواده جداول مرگ‌ومیر کول و دمنی[3] برای سال‌های ۱۳۷۵، ۱۳۸۵ و ۱۳۹۰ استخراج می‌گردد و سپس با تغییرات خطی در فاصله این سال‌ها درون‌یابی می‌شود. خطای برآورد این نرخ‌ها به اندازه تفاوت نرخ مرگ‌ومیر ناشی از گروه سوانح، خصوصاً سوانح غیرعمد و ترافیکی است که سهم زیادی از فوت‌های این گروه را شامل می‌شود. عملاً نرخ‌های واقعی مرگ‌ومیر، متناسب با الگوی علل مرگ وقتی حاصل می‌شود که به اطلاعات دقیق ثبتی

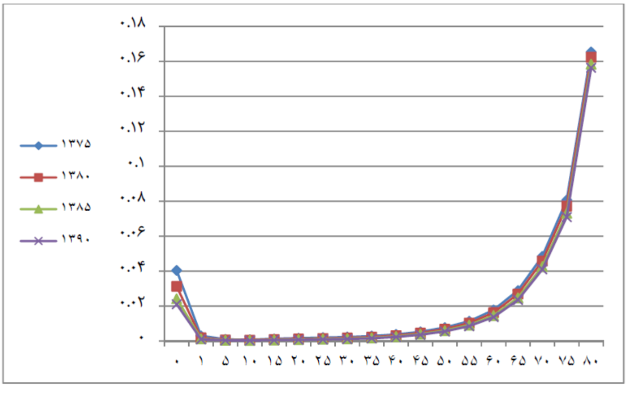
1. Lee and Carter, 1992
2. Brass Method
3. Coale and Demeny

شمار و علل مرگ برحسب سن دسترسی باشد. نمودارهای ۱ و ۲، نرخ‌های مرگ‌ومیر ویژه سن مردان و زنان کل کشور را در سال‌های ۱۳۹۰–۱۳۷۵ نشان می‌دهد.

نمودار ۱. نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی کل مردان کشور در فاصله سال‌های ۱۳۹۰–۱۳۷۵



نمودار ۲. نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی کل زنان کشور در فاصله سال‌های ۱۳۹۰–۱۳۷۵



همان‌گونه که از مقایسه نمودارهای ۱ و ۲ نتیجه می‌شود، الگوی سنی مرگ مردان و زنان کشور در سطح، متفاوت و همان‌طور که انتظار می‌رود عمدتاً در الگو مشابه هستند. در همه موارد بالاترین نرخ مرگ‌ومیر در سنین کودکی به اطفال زیر یک‌سال تعلق دارد. روند تغییرات به گونه‌ای است که نرخ مرگ‌ومیر اطفال زیر یک‌سال از بیش از ۴۰ در هزار (۰/۰۴ واحد) در سال ۱۳۷۵ برای مردان تا کمتر از ۲۰ در هزار در سال ۱۳۹۰ برای زنان کاهش یافته است. این نرخ از ۵ تا حدود ۳۰ سالگی در پایین‌ترین میزان در سطح

نسبتاً ثابتی قرار دارد و خصوصاً از ٤٠ سالگی تدریجاً و از حدود ٦٠ سالگی به سرعت رو به افزایش می‌گذارد و با سرعت بیشتری از ٧٥ سالگی افزایش می‌یابد.

٧. یافته‌ها

٧-١. برآورد نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی

نخستین گام در برازش مدل لی-کارتر، برآورد پارامترهای a_x، b_x و k_t است. روش لی-کارتر پایه براساس مدل‌بندی و پیش‌بینی نرخ خام کل جمعیت طراحی شده است. در توسیع روش لی-کارتر توسط لی و لی[1]، با اندک تعدیلاتی به برآورد و پیش‌بینی جداگانه نرخ مرگ‌ومیر زنان و مردان پرداخته شده است که با توجه به هدف این مقاله از این توسیع استفاده خواهد شد. مقادیر برازش‌شده پارامتر a_x در جدول ١ آمده است.

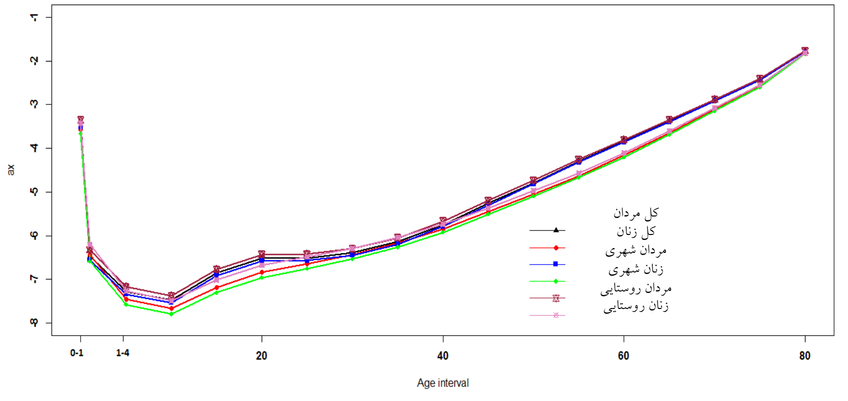
جدول ١. تخمین پارامتر a_x از روش لی-کارتر استاندارد

گروه سنی	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	زنان شهری	مردان روستایی	زنان روستایی
٠	-٣/٤٤٩٩٨	-٣/٥٦٣٥٩	-٣/٥٠٥٤٥	-٣/٦٥٩٦٣	-٣/٣٥٢٢٨	-٣/٤٢٧٨٩
١-٤	-٦/٤٧٥٢٣	-٦/٤٣٠٠٩	-٦/٥٦١٢٣	-٦/٥٨٧٧٦	-٦/٣٢٥٤٨	-٦/٢٠٤٨٩
٥-٩	-٧/٢٨١٤٩	-٧/٤٥٠١٨	-٧/٣٤٤٦١	-٧/٥٨١٣٤	-٧/١٧١١٨	-٧/٢٦٥٤١
١٠-١٤	-٧/٤٧٧٠٧	-٧/٦٦٨٧	-٧/٥٣٥٣٨	-٧/٧٩٣٤٨	-٧/٣٧٦١٩	-٧/٤٨٩٠٨
١٥-١٩	-٦/٨٥٧٢٦	-٧/١٧٩٨٣	-٦/٩٠٨١٣	-٧/٣٠١٢١	-٦/٧٦٨٣	-٧/٠١١٤٤
٢٠-٢٤	-٦/٥٢٣٩١	-٦/٨٤٠٢	-٦/٥٧٥٧١	-٦/٩٥٨٦	-٦/٤٣٢٥٩	-٦/٦٧٢١٣
٢٥-٢٩	-٦/٥١٧٨٨	-٦/٦٣٧٦٤	-٦/٥٧٢٨٤	-٦/٧٤٩٧٣	-٦/٤٢١٩٤	-٦/٤٧٨١٧
٣٠-٣٤	-٦/٣٩٥٥٧	-٦/٤٣٥٨١	-٦/٤٥٠٩٥	-٦/٥٣٩١٦	-٦/٢٩٩٧٩	-٦/٢٩١
٣٥-٣٩	-٦/١٣٩٨	-٦/١٧٠٧٨	-٦/١٩٢٤	-٦/٢٦١٨٤	-٦/٠٤٨٧٤	-٦/٠٤٢٠٦
٤٠-٤٤	-٥/٧٤٦٢٨	-٥/٨٤٥٨٣	-٥/٧٩٢٤	-٥/٩٢٠٩٥	-٥/٦٦٧١٥	-٥/٧٣٨١٩
٤٥-٤٩	-٥/٢٦٥٩٣	-٥/٤٤٨٣٩	-٥/٣٠٢٧٨	-٥/٥٠٧٠١	-٥/٢٠٢٧٦	-٥/٣٦٤١٣
٥٠-٥٤	-٤/٧٨٨٩٣	-٥/٠٤٥٤	-٤/٨١٩١٥	-٥/٠٩٦٣٨	-٤/٧٣٧٢٧	-٤/٩٧١٤٧
٥٥-٥٩	-٤/٢٩٨٧٤	-٤/٦٣٠٥٨	-٤/٣٢٢٠٦	-٤/٦٧٤٢٥	-٤/٢٥٨٧٢	-٤/٥٦٧٤٢
٦٠-٦٤	-٣/٨٣٩١٤	-٤/١٦٥٦٤	-٣/٨٥٩٠٦	-٤/٢٠٥١	-٣/٨٠٤٩٥	-٤/١٠٨١٦
٦٥-٦٩	-٣/٣٧٦٨٢	-٣/٦٥١٠١	-٣/٣٩٣٠٢	-٣/٦٨٢٢٦	-٣/٣٤٨٩٤	-٣/٦٠٥٦

1. Li and Lee, 2002

گروه سنی	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	زنان شهری	مردان روستایی	زنان روستایی
۷۰–۷۴	−۲/۹۰۳۸۶	−۳/۱۱۴۵	−۲/۹۱۷۱۹	−۳/۱۳۹۸۳	−۲/۸۸۰۹۸	−۳/۰۷۷۴۵
۷۵–۷۹	−۲/۴۳۱۱	−۲/۵۸۴۴۵	−۲/۴۴۲۳	−۲/۶۰۳۹۳	−۲/۴۱۱۸۹	−۲/۵۵۵۷۷
۸۰+	−۱/۷۸۰۷۵	−۱/۸۲۸۷۵	−۱/۷۸۶۹۹	−۱/۸۳۷۱۸	−۱/۷۷۰۰۵	−۱/۸۱۶۰۷

نمودار ۳. متوسط لگاریتم نرخ خام مرگ‌ومیر ویژه سنی طی سال‌های ۹۰–۱۳۷۵



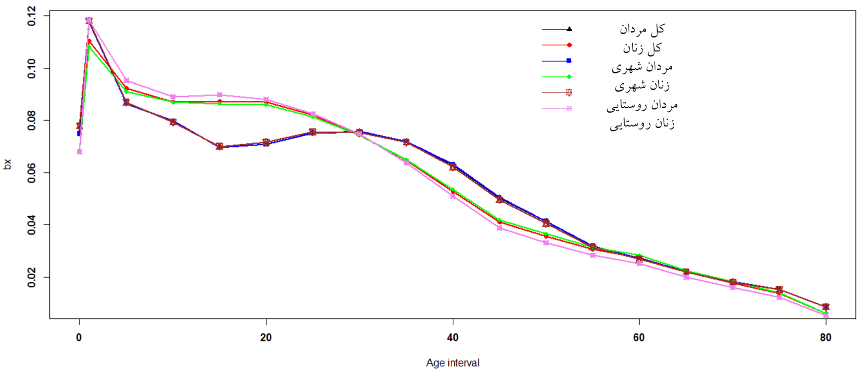
برآورد مقادیر پارامترهای b_x و k_t از تقریب درجه اول تجزیه ارزش منفرد ماتریس Z به‌دست‌می‌آید. برآورد این دو پارامتر نیز در جداول ۲و ۳ آمده است.

جدول ۲. تخمین پارامتر b_x از روش لی–کارتر استاندارد

گروه سنی	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	زنان شهری	مردان روستایی	زنان روستایی
۰	۰/۰۷۵۳۲۱	۰/۰۶۸۱۰۹	۰/۰۷۴۸۴۳	۰/۰۶۸۱	۰/۰۷۷۸۳۱	۰/۰۶۷۹۷۳
۱–۴	۰/۱۱۷۵۴	۰/۱۱۰۳۱۵	۰/۱۱۷۶۲۷	۰/۱۰۸۱۱۵	۰/۱۱۷۹۳۶	۰/۱۱۸۳۱۶
۵–۹	۰/۰۸۶۲۵۴	۰/۰۹۲۰۸۳	۰/۰۸۶۳۳۸	۰/۰۹۰۹۷۱	۰/۰۸۶۸۱	۰/۰۹۵۱۶۶
۱۰–۱۴	۰/۰۷۹۶۸	۰/۰۸۷۰۷۸	۰/۰۷۹۷۵۹	۰/۰۸۶۸۸	۰/۰۷۹۲۴۹	۰/۰۸۸۹۹۲
۱۵–۱۹	۰/۰۶۹۵۲	۰/۰۸۷۳۲۶	۰/۰۶۹۵۸۶	۰/۰۸۶۳۵۲	۰/۰۶۹۹۸	۰/۰۸۹۷۴۸
۲۰–۲۴	۰/۰۷۰۷۸۸	۰/۰۸۶۹۲۸	۰/۰۷۰۸۴۲	۰/۰۸۵۹۷۱	۰/۰۷۱۶۱۱	۰/۰۸۸۰۴۹
۲۵–۲۹	۰/۰۷۵۱۱	۰/۰۸۲۰۱۱	۰/۰۷۵۱۷۶	۰/۰۸۱۳۶۱	۰/۰۷۵۴۷۲	۰/۰۸۲۴۸۸
۳۰–۳۴	۰/۰۷۵۶۹۲	۰/۰۷۴۴۲۴	۰/۰۷۵۷۵۷	۰/۰۷۴۲۶۸	۰/۰۷۵۲۵۹	۰/۰۷۴۸۳۴
۳۵–۳۹	۰/۰۷۱۹۰۱	۰/۰۶۴۶۱۹	۰/۰۷۱۹۵۸	۰/۰۶۴۸۹۹	۰/۰۷۱۵۵۵	۰/۰۶۳۷۷۹
۴۰–۴۴	۰/۰۶۳۰۳۷	۰/۰۵۲۸۱۹	۰/۰۶۳۰۸۲	۰/۰۵۳۵۵۱	۰/۰۶۲۰۸۴	۰/۰۵۰۹۰۶
۴۵–۴۹	۰/۰۵۰۳۷۴	۰/۰۴۱۱۳۷	۰/۰۵۰۴۰۴	۰/۰۴۱۹۶۱	۰/۰۴۹۵۷۱	۰/۰۳۸۸۹
۵۰–۵۴	۰/۰۴۱۳۲۶	۰/۰۳۵۶۲۹	۰/۰۴۱۳۴۵	۰/۰۳۶۵۴۷	۰/۰۴۰۵۱	۰/۰۳۳۲۳۲
۵۵–۵۹	۰/۰۳۱۸۹۳	۰/۰۳۰۵۷۵	۰/۰۳۱۹۰۲	۰/۰۳۱۳۸۵	۰/۰۳۱۴۲۸	۰/۰۲۸۳۶۷
۶۰–۶۴	۰/۰۲۷۲۵۱	۰/۰۲۷۵۳۱	۰/۰۲۷۲۵۱	۰/۰۲۸۳۶۹	۰/۰۲۶۸۷۵	۰/۰۲۵۲۹۵

گروه سنی	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	زنان شهری	مردان روستایی	زنان روستایی
٦٥–٦٩	۰/۰۲۲۱۷٥	۰/۰۲۱۹۰۲	۰/۰۲۲۱٦۷	۰/۰۲۲٥۸٦	۰/۰۲۱۹۳۳	۰/۰۲۰۰۲۸
۷۰–۷٤	۰/۰۱۸۲۱٥	۰/۰۱۷۷۹٤	۰/۰۱۸۱٦۹	۰/۰۱۸۳٦٦	۰/۰۱۸۰٦٥	۰/۰۱٦۱٥٤
۷٥–۷۹	۰/۰۱٥۳۲۷	۰/۰۱۳۷۰٦	۰/۰۱٥۲۷۸	۰/۰۱٤۱٥۸	۰/۰۱٥۲۰۱	۰/۰۱۲۳٥۲
۸۰+	۰/۰۰۸٦۰۷	۰/۰۰٦۰۱٤	۰/۰۰۸٥۱٥	۰/۰۰٦۱٦	۰/۰۰۸٦۲۹	۰/۰۰٥٤۳۳

نمودار ٤. میزان انحراف از متوسط لگاریتم نرخ خام مرگ با تغییر در شاخص سطح عمومی مرگ‌ومیر طی سال‌های ۱۳۹۰– ۱۳۷٥

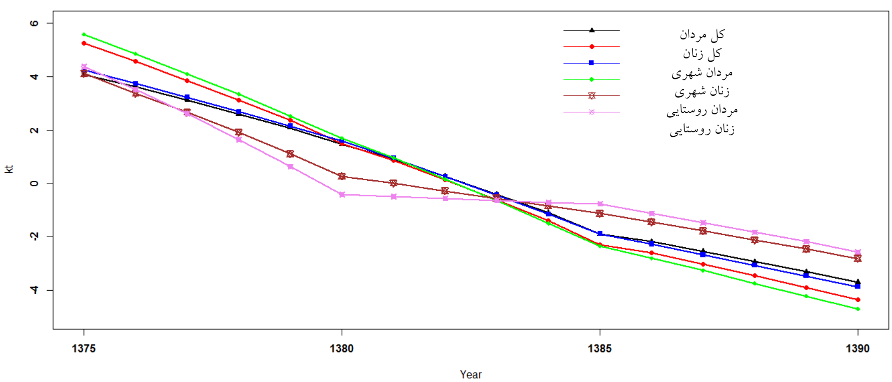


جدول ۳. تخمین پارامتر k_t از روش لی–کارتر استاندارد

سال	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	زنان شهری	مردان روستایی	زنان روستایی
۱۳۷٥	٤/۰٥٥۳۷۳	٥/۲۳۸۲۷٥	٤/۲۳۷۳٤۹	٥/٥۸۰٦۲٤	٤/۱۰۷۳۰٥	٤/۳٦۸۳٤۳
۱۳۷٦	۳/٦۰۳۹۳۷	٤/٥٦۱۷٤	۳/۷۳۷۲۱۱	٤/۸٥۲٦۸۷	۳/۳٦٥۰۱۱	۳/٥۱۰۲۲۷
۱۳۷۷	۳/۱۰٦۲۷۸	۳/۸٥۳۲٤۲	۳/۲۲٤۳۳٦	٤/۰۸٥۹۹٥	۲/٦٥۹٥۷۷	۲/٦۰۲۷٤٤
۱۳۷۸	۲/٥۹٥۹٦	۳/۱۰۸٥٤٥	۲/٦۸۳۷٤۷	۳/۳٤۰۹۳٥	۱/۹۰۷۹٤۲	۱/٦۳۷۱۳۹
۱۳۷۹	۲/۰۷۳۱٦۲	۲/۳٦۸٥۲٦	۲/۱٤٤٦۷٥	۲/٥۲۲۹۸۹	۱/۱۰۳۳	۰/٦۲۳۸۲۷
۱۳۸۰	۱/٤٥۹٥۰۸	۱/٤۹٥٦۱۷	۱/٥۹۱٦۷۷	۱/٦۹۳٤٦۳	۰/۲٦۷۰۰۷	−۰/٤۱۸۸٤
۱۳۸۱	۰/۹۰۷۷۲۹	۰/۸٦۰٦۳۱	۰/۹٤۱۷۹۱	۰/۹٤۹٤٥٤	۰/۰۰۱۷٤۱	−۰/٤۹۱۲٦
۱۳۸۲	۰/۲٥۹۳۰٦	۰/۱۳۸۸٥	۰/۲٥٤۸۲۲	۰/۱٥۸۷٤۹	−۰/۲۸۲۷٥	−۰/٥٦۳٤٤
۱۳۸۳	−۰/٤۰۹۱۱	−۰/٦۱۰۸٥	−۰/٤۳٦۸٤	−۰/٦٤۱۳	−۰/٥٥٤۹٤	−۰/٦۳٥٥۳
۱۳۸٤	−۱/۰۹۸٦	−۱/۳۸۷٤٤	−۱/۱٥۱٦٦	−۱/٤۹۲٦۳	−۰/۸۳۰٦۱	−۰/۷۰۷۹٥
۱۳۸٥	−۱/۹۰۱۷۳	−۲/۲۹٥۳۷	−۱/۸۹۰۱۹	−۲/۳٥٥۷۳	−۱/۱۲٦۳۷	−۰/۷٦۲٤٦
۱۳۸٦	−۲/۱۷٥۸۹	−۲/٦۰٦٥۱	−۲/۲٦۸۱۳	−۲/۷۹۹٥۳	−۱/٤٤۳	−۱/۱۲٦٦۹
۱۳۸۷	−۲/٥٤٦۷	−۳/۰۲۸۲٦	−۲/٦۷۲۲٤۲	−۳/۲٥۳۱۲	−۱/۷۸۱۳٤	−۱/٤٦٦٥۳
۱۳۸۸	−۲/۹۲۳۸٤	−۳/٤٥۷۹٥	−۳/۰٦٤۳	−۳/۷۳۸۷٤	−۲/۱۲٤۹۹	−۱/۸۲۹۳۸

سال	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	زنان شهری	مردان روستایی	زنان روستایی
۱۳۸۹	-۳/۳۰۷۴۱	-۳/۸۹۶۳۲	-۳/۴۶۳۰۴	-۴/۲۱۰۹۳	-۲/۴۵۶۵	-۲/۱۸۱۶۴
۱۳۹۰	-۳/۶۹۷۶۱	-۴/۳۴۲۴۸	-۳/۸۶۸۸۵	-۴/۶۹۲۸۹	-۲/۸۱۱۵۶	-۲/۵۵۸۷۶

نمودار ۵. شاخص سطح عمومی مرگ‌ومیر طی سال‌های ۱۳۹۰-۱۳۷۵



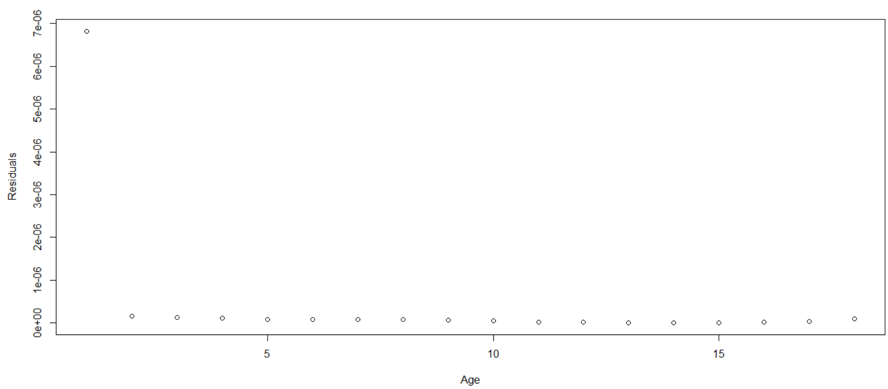
با توجه به مقادیر برآورد پارامتر a_x، متوسط لگاریتم نرخ خام مرگ‌ومیر در گروه سنی کودکان و سالمندان بیشتر از دیگر گروه‌های سنی است؛ بنابراین، این دو گروه سنی بیشترین تأثیر را در سطح کلی مرگ‌ومیر دارند. ازسوی‌دیگر، افزایش سطح مرگ‌ومیر حدوداً از ۲۰ سالگی آغاز می‌شود، چنین الگویی در بیشتر کشورهای توسعه‌یافته نیز برقرار است؛ بسیاری از جمعیت‌شناسان، الگوی زندگی جوانان را دلیل این پیشامد می‌دانند (آل حسینی، ۱۳۹۱).

الگوی پارامتر b_x که بیانگر میزان حساسیت نسبی هر گروه سنی به تغییر در سطح عمومی مرگ‌ومیر می‌باشد، نشان می‌دهد که کودکان و سالمندان به ترتیب در معرض بیشترین و کمترین تأثیرپذیری هستند.

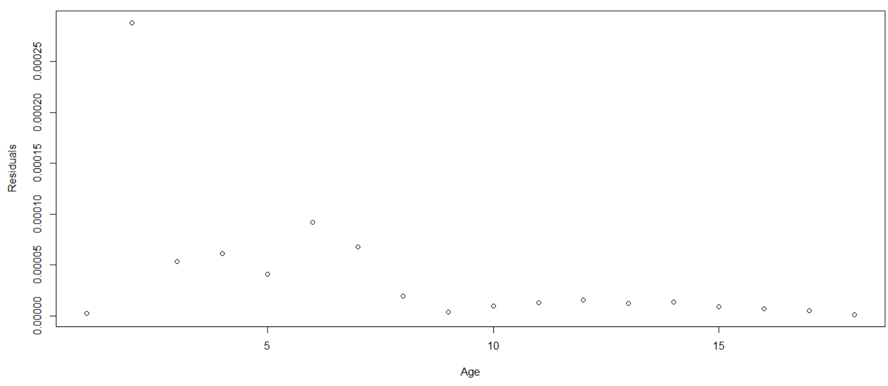
اگر k_t به‌طور خطی در طول زمان کاهش یابد، $\frac{d}{dt}k_t$ ثابت بوده و دراین‌صورت، نرخ خام مرگ‌ومیر هر گروه سنی با نرخ نمایی و متناسب با پارامتر b_x آن گروه سنی تغییر می‌کند. مقادیر تخمینی این پارامتر حاکی از یک روند تقریباً خطی کاهشی با سرعت تقریباً ثابت در طول دوره برازش است.

ازآنجاکه به‌خاطر ماهیت داده‌های نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی در عمل فرض نرمال‌بودن باقی‌مانده‌ها برقرار نیست، برای ارزیابی برازش مدل، پراکندگی واریانس مؤلفه‌های خطای هر گروه سنی خاص در طول زمان را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. ملاحظه می‌شود که پراکندگی مؤلفه‌های خطای هر گروه سنی خاص در کل مردان کشور با یکدیگر تفاوت قابل توجهی ندارند و تنها مورد استثنای این شکل مربوط به گروه سنی صفر سالگی است که با توجه به پراکندگی بالای نرخ مرگ‌ومیر در این گروه سنی و مقدار واریانس این گروه، قابل چشم‌پوشی است. در مقابل، پراکندگی مؤلفه‌های خطا برای کل زنان کشور در گروه سنی ٤-۱ سال تفاوت قابل توجهی با سایر گروه‌ها دارد.

نمودار ٦. پراکندگی واریانس مؤلفه‌های خطای گروه‌های سنی کل مردان کشور در طول زمان



نمودار ۷. پراکندگی واریانس مؤلفه‌های خطای گروه‌های سنی کل زنان کشور در طول زمان



۲-۷. پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی

ازآنجاکه k_t تنها پارامتر زمانی متغیر مدل لی-کارتر است و در این مدل پارامتر b_x در طول زمان ثابت درنظرگرفته‌می‌شود، در این قسمت به پیش‌بینی پارامتر k_t و در نتیجه لگاریتم نرخ خام مرگ‌ومیر ویژه سنی خواهیم پرداخت.

تخمین پارامتر متغیر زمانی k_t را می‌توان به‌عنوان یک فرایند تصادفی مدل‌سازی کرد. برای این منظور از روش استاندارد باکس- جنکینز (شناسایی-تخمین-تشخیص[1]) جهت ایجاد یک مدل مناسب ARIMA (p,d,q) برای شاخص مرگ‌ومیر k_t استفاده خواهیم کرد. لازم است با توجه به سری تخمین زده‌شده k_t، یک مدل مناسب را از میان مدل‌های عمومی ARIMA شناسایی نمود. فرایند ساخت مدل مناسب برای برازش داده‌ها طی چند مرحله انجام می‌گیرد:

- تحلیل اولیه سری داده‌ها؛
- شناسایی رتبه مدل؛
- تخمین پارامترها؛
- ارزیابی مدل.

الگوی عمومی سری k_t برای کل زنان و مردان کشور و زنان و مردان شهری و روستایی نشانگر روند کاهشی آن است؛ به‌عبارت‌دیگر، سری k_t در میانگین مانا نیست. توجه به توابع خودهم‌بستگی و خودهم‌بستگی جزئی سری k_t نیز مؤید همین مطلب است. بنابراین، براساس روش باکس- جنکینز باید سری‌های تفاضلی را درنظرگرفت. پس از تفاضل‌گیری از سری‌ها، نامانایی در میانگین حذف شده و توابع خودهم‌بستگی و خودهم‌بستگی جزئی با فرضیه سری‌های مانا سازگار می‌شوند. با توجه به روند کاهشی k_t، یک جمله ثابت نیز در جریان تخمین مدل لحاظ می‌گردد. با طی‌کردن فرایند فوق برای سری‌های تخمینی k_t به مدل ARIMA(0,1,0) و به‌عبارت دیگر، مدل گام تصادفی با رانش خواهیم رسید:

---

1. Identification-Estimation-Diagnosis

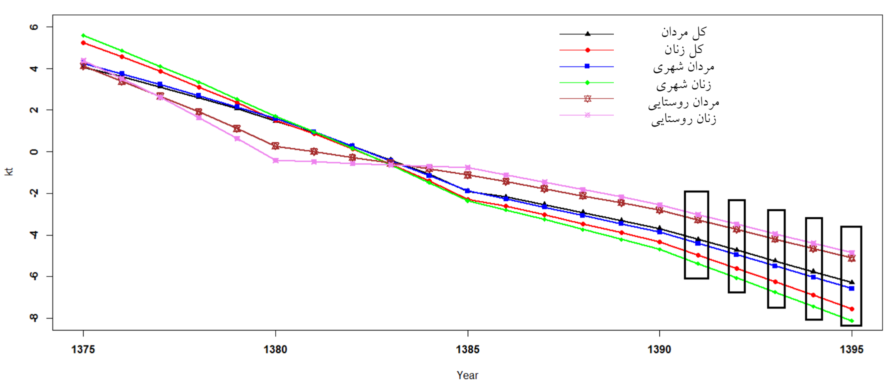
$$k_t = k_{t-1} + \theta + \varepsilon_t \qquad (۱۵)$$

جمله ثابت θ بیانگر میانگین تغییر سالانه k_t است. براساس میزان θ می‌توان تغییرات بلندمدت مرگ‌ومیر را پیش‌بینی کرد. پس از تخمین پارامتر θ، از مدل گام تصادفی با رانش برای پیش‌بینی شاخص مرگ‌ومیر k_t برای ۵ سال آینده براساس اطلاعات دوره ۱۳۹۰–۱۳۷۵ استفاده می‌کنیم. در جدول ٤ مقادیر پیش‌بینی‌شده k_t آمده است:

جدول ٤. پیش‌بینی شاخص مرگ‌ومیر k_t

سال	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	زنان شهری	مردان روستایی	زنان روستایی
۱۳۹۱	-٤/۲۱٤٦۱	-٤/۹۸۱٤۸	-٤/٤۰۸۸۵	-۵/۳۷۷۸۹	-۳/۲۷۱۵٦	-۳/۰۱۸۷٦
۱۳۹۲	-٤/۷۳۱٦۱	-۵/٦۲۰٤۸	-٤/۹٤۸۸۵	-٦/۰٦۲۸۹	-۳/۷۳۱۵٦	-۳/٤۷۸۷٦
۱۳۹۳	-۵/۲٤۸٦۱	-٦/۲۵۹٤۸	-۵/٤۸۸۸۵	-٦/۷٤۷۸۹	-٤/۱۹۱۵٦	-۳/۹۳۸۷٦
۱۳۹٤	-۵/۷٦۵٦۱	-٦/۸۹۸٤۸	-٦/۰۲۸۸۵	-۷/٤۳۲۸۹	-٤/٦۵۱۵٦	-٤/۳۹۸۷٦
۱۳۹۵	-٦/۲۸۲٦۱	-۷/۵۳۷٤۸	-٦/۵٦۸۸۵	-۸/۱۱۷۸۹	-۵/۱۱۱۵٦	-٤/۸۵۸۷٦

نمودار ۸. پیش‌بینی شاخص سطح عمومی مرگ‌ومیر طی سال‌های ۱۳۹۵–۱۳۹۰



پس از پیش‌بینی شاخص سطح مرگ‌ومیر یا k_t، می‌توان مقادیر جدول عمر در گروه‌های سنی ۵ ساله و برای سال‌های ۱۳۹۵–۱۳۹۱ را محاسبه کرد. برای این‌کار ابتدا باید نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی را براساس فرمول زیر پیش‌بینی کرد:

$$\hat{m}(x,1390+s)=\hat{m}(x,1390)\exp\left(\hat{b}_x\left(\hat{k}_{1390+s}-\hat{k}_{1390}\right)\right),\ s=1,2,\ldots,5 \qquad (١٦)$$

مقادیر نرخ مرگ‌ومیر پیش‌بینی‌شده برای کل مردان و زنان کشور در ادامه آمده است:

جدول ۵. پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی کل مردان کشور

گروه سنی	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴	۱۳۹۵
۰	۰/۰۲۳۱۱۱	۰/۰۲۲۲۲۹	۰/۰۲۱۳۸	۰/۰۲۰۵۶۳	۰/۰۱۹۷۷۸
۱–۴	۰/۰۰۰۹۳۹	۰/۰۰۰۸۸۴	۰/۰۰۰۸۳۲	۰/۰۰۰۷۸۳	۰/۰۰۰۷۳۷
۵–۹	۰/۰۰۰۴۷۸	۰/۰۰۰۴۵۷	۰/۰۰۰۴۳۷	۰/۰۰۰۴۱۸	۰/۰۰۰۴
۱۰–۱۴	۰/۰۰۰۴۰۴	۰/۰۰۰۳۸۸	۰/۰۰۰۳۷۲	۰/۰۰۰۳۵۷	۰/۰۰۰۳۴۳
۱۵–۱۹	۰/۰۰۰۷۸۵	۰/۰۰۰۷۵۷	۰/۰۰۰۷۳	۰/۰۰۰۷۰۴	۰/۰۰۰۶۷۹
۲۰–۲۴	۰/۰۰۱۰۸۹	۰/۰۰۱۰۵	۰/۰۰۱۰۱۳	۰/۰۰۰۹۷۶	۰/۰۰۰۹۴۱
۲۵–۲۹	۰/۰۰۱۰۷۶	۰/۰۰۱۰۳۵	۰/۰۰۰۹۹۶	۰/۰۰۰۹۵۸	۰/۰۰۰۹۲۲
۳۰–۳۴	۰/۰۰۱۲۱۳	۰/۰۰۱۱۶۷	۰/۰۰۱۱۲۲	۰/۰۰۱۰۷۹	۰/۰۰۱۰۳۸
۳۵–۳۹	۰/۰۰۱۵۹۲	۰/۰۰۱۵۳۴	۰/۰۰۱۴۷۸	۰/۰۰۱۴۲۴	۰/۰۰۱۳۷۲
۴۰–۴۴	۰/۰۰۲۴۴۹	۰/۰۰۲۳۷	۰/۰۰۲۲۹۴	۰/۰۰۲۲۲۱	۰/۰۰۲۱۵
۴۵–۴۹	۰/۰۰۴۱۷۷	۰/۰۰۴۰۷	۰/۰۰۳۹۶۵	۰/۰۰۳۸۶۳	۰/۰۰۳۷۶۴
۵۰–۵۴	۰/۰۰۶۹۹۱	۰/۰۰۶۸۴۳	۰/۰۰۶۶۹۹	۰/۰۰۶۵۵۷	۰/۰۰۶۴۱۸
۵۵–۵۹	۰/۰۱۱۸۷۷	۰/۰۱۱۶۸۲	۰/۰۱۱۴۹۱	۰/۰۱۱۳۰۳	۰/۰۱۱۱۱۹
۶۰–۶۴	۰/۰۱۹۱۷۸	۰/۰۱۸۹۱	۰/۰۱۸۶۴۵	۰/۰۱۸۳۸۴	۰/۰۱۸۱۲۷
۶۵–۶۹	۰/۰۳۱۱۰۸	۰/۰۳۰۷۵۴	۰/۰۳۰۴۰۳	۰/۰۳۰۰۵۷	۰/۰۲۹۷۱۴
۷۰–۷۴	۰/۰۵۰۷۶۱	۰/۰۵۰۲۸۵	۰/۰۴۹۸۱۴	۰/۰۴۹۳۴۷	۰/۰۴۸۸۸۴
۷۵–۷۹	۰/۰۸۲۴۳۹	۰/۰۸۱۷۸۷	۰/۰۸۱۱۴۳	۰/۰۸۰۵۰۳	۰/۰۷۹۸۶۷
۸۰+	۰/۱۶۲۵۰۸	۰/۱۶۱۷۸۷	۰/۱۶۱۰۶۸	۰/۱۶۰۳۵۳	۰/۱۵۹۶۴۱

جدول ۶. پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی کل زنان کشور

گروه سنی	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴	۱۳۹۵
۰	۰/۰۲۰۱۸۴	۰/۰۱۹۳۲۵	۰/۰۱۸۵۰۲	۰/۰۱۷۷۱۴	۰/۰۱۶۹۵۹
۱–۴	۰/۰۰۰۹۳۱	۰/۰۰۰۸۶۸	۰/۰۰۰۸۰۹	۰/۰۰۰۷۵۴	۰/۰۰۰۷۰۲
۵–۹	۰/۰۰۰۳۶۷	۰/۰۰۰۳۴۷	۰/۰۰۰۳۲۷	۰/۰۰۰۳۰۸	۰/۰۰۰۲۹۱
۱۰–۱۴	۰/۰۰۰۳۰۳	۰/۰۰۰۲۸۶	۰/۰۰۰۲۷۱	۰/۰۰۰۲۵۶	۰/۰۰۰۲۴۲
۱۵–۱۹	۰/۰۰۰۴۹۳	۰/۰۰۰۴۶۶	۰/۰۰۰۴۴۱	۰/۰۰۰۴۱۷	۰/۰۰۰۳۹۴
۲۰–۲۴	۰/۰۰۰۶۹۴	۰/۰۰۰۶۵۷	۰/۰۰۰۶۲۱	۰/۰۰۰۵۸۸	۰/۰۰۰۵۵۶
۲۵–۲۹	۰/۰۰۰۸۷۱	۰/۰۰۰۸۲۷	۰/۰۰۰۷۸۴	۰/۰۰۰۷۴۴	۰/۰۰۰۷۰۶
۳۰–۳۴	۰/۰۰۱۱۰۷	۰/۰۰۱۰۵۵	۰/۰۰۱۰۰۶	۰/۰۰۰۹۵۹	۰/۰۰۰۹۱۵
۳۵–۳۹	۰/۰۰۱۵۱۴	۰/۰۰۱۴۵۳	۰/۰۰۱۳۹۴	۰/۰۰۱۳۳۸	۰/۰۰۱۲۸۴

گروه سنی	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹٤	۱۳۹۵
٤٠–٤٤	٠/٠٠٢٢٢٣	٠/٠٠٢١٤٩	٠/٠٠٢٠٧٨	٠/٠٠٢٠٠٩	٠/٠٠١٩٤٢
٤٥–٤٩	٠/٠٠٣٥٠٦	٠/٠٠٣٤١٥	٠/٠٠٣٣٢٦	٠/٠٠٣٢٤	٠/٠٠٣١٥٦
٥٠–٥٤	٠/٠٠٥٣٩٢	٠/٠٠٥٢٧	٠/٠٠٥١٥٢	٠/٠٠٥٠٣٦	٠/٠٠٤٩٢٣
٥٥–٥٩	٠/٠٠٨٣٧٢	٠/٠٠٨٢١	٠/٠٠٨٠٥١	٠/٠٠٧٨٩٥	٠/٠٠٧٧٤٢
٦٠–٦٤	٠/٠١٣٥٣١	٠/٠٣٢٩٥	٠/٠١٣٠٦٣	٠/٠١٢٨٣٥	٠/٠١٢٦١١
٦٥–٦٩	٠/٠٢٣٢٨١	٠/٠٢٢٩٥٧	٠/٠٢٢٦٣٨	٠/٠٢٢٣٢٤	٠/٠٢٢٠١٣
٧٠–٧٤	٠/٠٤٠٦٣٤	٠/٠٤٠١٧٥	٠/٠٣٩٧٢١	٠/٠٣٩٢٧٢	٠/٠٣٨٨٢٨
٧٥–٧٩	٠/٠٧٠٤٥٩	٠/٠٦٩٨٤٥	٠/٠٦٩٢٣٦	٠/٠٦٨٦٣٢	٠/٠٦٨٠٣٤
٨٠+	٠/٠١٥٥٨٧٤	٠/٠١٥٥٢٧٦	٠/٠١٥٤٦٨	٠/٠١٥٤٠٨٧	٠/٠١٥٣٤٩٦

براساس پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر، مقادیر امید به زندگی در بدو تولد قابل پیش‌بینی خواهد بود. پیش‌بینی امید به زندگی در بدو تولد در فاصله سال‌های **۱۳۹۵–۱۳۹۰** برای جامعه کل مردان و زنان کشور و مردان و زنان شهری و روستایی در جدول ۷ آمده است:

جدول ۷. پیش‌بینی امید به زندگی در بدو تولد در فاصله سال‌های ۱۳۹۵–۱۳۹۰ برای گروه‌های جنسی کشور

سال– گروه	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	زنان شهری	مردان روستایی	زنان روستایی
۱۳۹۱	٧٠/٦١٨	٧٢/٩٣١	٧١/٥٦٨	٧٣/٦٤٨	٦٩/٥١	٧١/١٣٨
۱۳۹۲	٧٠/٨٦٣	٧٣/١٨٤	٧١/٨٧٧	٧٣/٩	٦٩/٧٥٢	٧١/٣٥٥
۱۳۹۳	٧١/١٠٢	٧٣/٤٢٩	٧٢/١٠٧	٧٤/١٤٥	٦٩/٩٨٩	٧١/٥٦٦
۱۳۹٤	٧١/٣٣٦	٧٣/٦٦٨	٧٢/٣٣١	٧٤/٣٨٢	٧٠/٢٢١	٧١/٧٧٣
۱۳۹۵	٧١/٥٦٤	٧٣/٨٩٩	٧٢/٥٥	٧٤/٦١٢	٧٠/٧٧٤	٧١/٩٧٥

مقادیر پیش‌بینی‌شده برای امید به زندگی در بدو تولد با استفاده از مدل لی–کارتر به‌خوبی برتری این روش بر سایر روش‌های پیش‌بینی را نشان می‌دهد. در اکثر این روش‌ها امید به زندگی در بدو تولد (e_0) به‌طور مستقیم پیش‌بینی شده و سپس با اعمال قیدهایی (همچون تعریف یک حد بالا برای طول عمر انسان) یا در بهترین حالت با استفاده از توابع نمایی یا لجستیک، سعی در کاهش روند صعودی رشد این متغیر می‌شود. درحالی‌که این کاهش نرخ رشد، ناشی از ماهیت طبیعی امید به زندگی در بدو

تولد به‌عنوان یک تابع غیر خطی از نرخ مرگ‌ومیر است. کی‌فیتز[1] نشان داد که اگر نرخ مرگ‌ومیر در هر سن با نسبت مشخصی کاهش یابد، امید به زندگی در بدو تولد با نسبت کوچک‌تری از آن افزایش می‌یابد. در مدل لی–کارتر برای نخستین بار، با مدل‌سازی نرخ مرگ‌ومیر، بدون هیچ قیدی کاهش در رشد e_0 به‌طور طبیعی حاصل می‌شود.

۸. نتیجه‌گیری

پیش‌بینی مرگ‌ومیر یا شاخص سطح آن یعنی امید به زندگی جزء لاینفک پیش‌بینی‌های جمعیتی است که به دلیل نقش تعیین‌کننده‌ای که در محاسبات بیمه‌ای برعهده‌دارد، مورد توجه محققین و متخصصین بیمه نیز بوده است. معمول‌ترین روش برای پیش‌بینی مرگ‌ومیر، پیش‌بینی امید به زندگی است. برای انجام این کار تغییرات امید به زندگی را در تابعی غیرخطی (اشباع‌شونده یا لجستیک یا نمایی) درنظرگرفته و با مفروض داشتن حداکثر طول عمر، این شاخص را در بلندمدت پیش‌بینی می‌کنند. این روش لااقل قادر به حل دو مسئله پیش رو نیست: اول اینکه حداکثر طول عمر انسان اندازه دقیقاً مشخصی نیست. به همین دلیل در چنین پیش‌بینی‌هایی بالاترین مقدار تجربه‌شده (معمولاً امید به زندگی کشورهای توسعه‌یافته‌ای چون ژاپن) را معیار قرار می‌دهند. مسلماً نمی‌توان این مقدار را ثابت فرض کرد و چون این مقدار بر همه برآوردها اثر دارد، خطای پیش‌بینی امید به زندگی در سال‌های مورد نظر غیرقابل اغماض و غیرتصادفی است. دوم اینکه به دلیل غیرخطی‌بودن رابطه بین امید به زندگی و نرخ‌های مرگ ویژه سن، در همه این پیش‌بینی‌ها تبدیل امید به زندگی پیش‌بینی‌شده به نرخ‌های مرگ ویژه سن، مشکل دیگری است. راه حل این مشکل نیز معمولاً در استفاده از مدل‌های استاندارد (مثل جداول کول و دمنی یا جداول سازمان ملل متحد) جستجو

1. Keyfitz, 1985

می‌شود که ممکن است به علت تفاوت الگوی سنی مرگ در جمعیت مورد نظر و جداول مدل، خطای دیگری به خطای پیش‌بینی‌های مرگ‌ومیر وارد کند.

مدل لی- کارتر روش بدیلی است که مستقیماً قادر به پیش‌بینی مرگ‌ومیر برحسب سن بوده و ارقام پیش‌بینی‌شده به سهولت با ساختن یک جدول عمر واقعی، قابل تبدیل به هر یک از شاخص‌های مرگ‌ومیر از جمله امید به زندگی است. این روش به چند دلیل بر روش‌های دیگر پیش‌بینی مستقیم نرخ مرگ‌ومیر یا پیش‌بینی امید به زندگی برتری دارد. اول اینکه اگر هر نرخ به بهترین شکل توسط یک مدل ARIMA[1] مدل‌سازی شود، نیازمند برآورد تعداد زیادی پارامتر است. دوم، با پیش‌بینی مستقل هر نرخ، نیاز به محاسبه تعداد $\frac{N(N-1)}{2}$ کوواریانس عبارات خطا خواهد بود (N تعداد گروه‌های سنی است)؛ درحالی‌که در روش لی-کارتر ازآنجاکه نرخ مرگ‌ومیر در گروه‌های سنی مختلف در هر سال تابعی از پارامتر k_t است، هم‌بستگی شدیدی بین این نرخ و شاخص k_t وجود داشته و واریانس و کوواریانس عبارات خطا از طریق مدل انتخابی برای k_t به‌دست‌می‌آید. سوم، پیش‌بینی مستقل هر نرخ امکان ترکیب نرخ‌ها و تشکیل ساختارهای سنی غیر محتمل در آینده را محتمل می‌سازد؛ درحالی‌که در مدل لی-کارتر ازآنجاکه روند موجود در تمام نرخ‌های مرگ‌ومیر ویژه سنی توسط پارامتر k_t مدل‌سازی می‌شود، تمامی نرخ‌های برآوردشده متعلق به یک جدول عمر خواهد بود (Lee and Carter, 1992).

با وجود همه امتیازاتی که می‌توان برای مدل لی-کارتر برشمرد و با اینکه ارزیابی نتایج به‌دست‌آمده در کاربردهای فراوان این مدل نشان از کارآمدی بالای مدل دارد، اما نباید از خاطر دور داشت که مفروضات مربوط به الگوی سنی ثابت در این مدل در برخی موارد برآورده نمی‌شود. همچنانکه لی و میلر[2] اشاره کرده‌اند، باوجود اینکه پیش‌بینی‌های مدل برای فرانسه، کانادا و ژاپن خوب ارزیابی می‌شود، اما این روش

---

1. Auto Reggressive Integrated Moving Average (ARIMA)
2. Lee and Miller, 2001

همواره در برابر الگوی سنی در حال تغییر با مسائل و خطاهایی مواجه است. ازاین‌روی تعدادی از جمعیت‌شناسان، تغییر و تعدیل‌هایی برای بهبود نتایج پیش‌بینی در مدل لی-کارتر اعمال کرده‌اند. بوث و همکاران[1] معتقدند که روش تعدیل‌شده‌ای که در پیش‌بینی مرگ‌ومیر در استرالیا به‌کاربرده‌اند، ۵۰٪ از خطای روش اصلی کاسته است. بونگارت[2] نیز با برازش مدل لجستیک نیروی مرگ‌ومیر نشان داد که پارامتر شیب در طول زمان تقریباً ثابت است و برای پیش‌بینی، مدل بدیلی را پیشنهاد کرده است.

یافته‌های این مقاله نشان می‌دهد که توان و کارآمدی مدل لی- کارتر در پیش‌بینی مرگ‌ومیر ایران بالاست، بااین‌حال در این مقاله مجالی برای آزمون یکی از مفروضات پایه مدل لی- کارتر وجود نداشت و آن اینکه آیا الگوی سنی مرگ در ایران ثابت است؟ به‌عبارت‌دیگر آیا نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی در طول زمان تغییر نکرده است؟ پیش‌بینی مرگ‌ومیر در چنین شرایطی نیز امکان‌پذیر است و غیر از مدل لی- کارتر چند مدل و رویکرد جدید نیز از طرف جمعیت‌شناسان عرضه‌شده که می‌توان برای جمعیت‌هایی با الگوی سنی متغیر به‌کاربرد. البته ذکر این نکته ضروری است که انجام چنین آزمونی مستلزم دسترسی به نرخ‌های مرگ‌ومیری است که از نظر دقت ثبت قابل اعتماد باشد. کاری که امید می‌رود در تحقیقات بعدی دنبال شود.

1. Booth et al., 2002
2. Bongaarts, 2005

منابع

۱. آل حسینی، ف. س.، ۱۳۹۱. *مقایسه روش تحلیل مجموعه مقادیر تکین در پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر با روش‌هایی از خانواده لی-کاتر*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید بهشتی.

۲. زنجانی، ح. الف. و نوراللهی، ط.، ۱۳۷۹. *جداول مرگ‌ومیر در ایران برای سال ۱۳۷۵*. تهران: مؤسسه عالی پژوهش تأمین اجتماعی.

۳. زنجانی، ح. الف.، نوراللهی، ط. و سحرخیز، ع. ر.، ۱۳۸۸. پیش‌بینی جمعیت *ایران تا سال ۱٤۰۵ به تفکیک استانی و شهری و روستایی*. تهران: پژوهشکده آمار.

4. Baker, K., 2005. *Singular value decomposition tutorial*, Rough Draft-Beware Suggestions.

5. Bongaarts J., 2005. Long-range trends in adult mortality models and projection methods. *Demography*, 42(1), pp. 23-49.

6. Booth, H., Maindonald., J. and Smith, L., 2002. Lee-Carter under conditions of variable mortality decline, *Population Studies*, 56(3), pp. 325-36.

7. Box, G.E. and Jenkins, G.M., 1976. *Time series analysis: Forecasting and control*. San Francisco: Holden-Day.

8. Deaton, A. and Pakson, C.P., 2004. Mortality, income, and income inequality over time in the britain and the united states. *Technical Report 8534 National Bureau of Economic Research Cambridge*, MA.

9. Girosi, F. and King, G., 2007. *Understanding the Lee-Carter mortality forecasting method*, Technical Report, Rand Corporation.

10. Keyfitz, N., 1985. *Applied mathematical demography*, New York: Springer- Verlag, 2nd ed.

11. Lee, R.D., 2000. The Lee–Carter method for forecasting mortality, with various extensions and applications. *North American Actuarial Journal*, 1(4), pp. 80–91.

12. Lee, R.D. and Carter, L.R., 1992. Modeling and forecasting US mortality. *Journal of the American Statistical Association,* 419 (87), pp.659–75.

13. Lee R. and Miller, T., 2001. Evaluating the performance of the Lee-Carter method for forecasting mortality. *Demography*, 38(4), pp. 537-49.

14. Li, N. and Lee, R., 2002. Using the Lee-Carter method to forecast mortality for populations with limited data. *Research for this paper was funded by a grant from NIA*, R37-AG11761.

15. Tabeau, E., 2001. *A review of demographic forecasting models for mortality*. In E. Tabeau, A. Van Den Berg Jeths & C. Heathcote (Eds.), Forecasting mortality in developed countries: Insights from a statistical, demographic and epidemiological perspective, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. pp. 1-32.

16. Wilmoth, J.R., 2002. *Methods protocol for the human mortality database.* <http://www.mortality.org/Public/Docs/Methods Protocol.pdf.> [Accessed 2013/06/03].